

Spis treści

Rozdział I. Membrany izotropowe

1. Wyprowadzenie równania na ugięcie membrany	13
2. Sformułowanie zagadnień brzegowych we współrzędnych kartezjańskich i biegunowych.....	15
3. Wybrane zagadnienia brzegowe	16
3.1. Ugięcie walcowe membrany	16
3.2. Membrana eliptyczna	19
3.3. Membrany kołowo symetryczne	21
3.4. Zastosowanie podwójnych szeregów sinusowych	22
3.5. Zastosowanie pojedynczych szeregów sinusowych	24
4. Drgania struny i membrany	25

Rozdział II. Swobodne skręcanie izotropowych prętów pryzmatycznych oraz analogia membranowa

1. Wstęp	29
2. Skręcanie pręta o przekroju kołowym	30
3. Metoda półodwrotna i funkcja deplanacji	31
4. Funkcja naprężeń	34
5. Analogia membranowa	35
5.1. Membrany izotropowe obciążone równomiernie	35
5.2. Swobodne skręcanie prętów pryzmatycznych. Analogia membranowa Prandtla	36
6. O przybliżonych metodach rozwiązania równania Poissona	37
6.1. Metoda Galerkina i MES	38
6.2. Metoda Ritza	39
7. Przykłady	39

Rozdział III. Teoria płyt Kirchhoffa

1. Założenia i podstawowe zależności teorii płyt cienkich	49
1.1. Podstawowe założenia.....	49
1.2. Stan przemieszczenia	50
1.3. Stan odkształcenia	52
1.4. Stan naprężenia	52
1.5. Związki fizyczne PSN	53
1.6. Wyznaczenie składowych wektora naprężenia ścinającego	53
2. Lokalne równania równowagi i uogólnione siły wewnętrzne	54
3. Równanie przemieszczeniowe Germain-Lagrange'a	59
4. Zastępcze siły Kirchhoffa	59

5. Warunki brzegowe	61
6. Zagadnienia brzegowe i brzegowo-początkowe teorii płyt	61
7. Płyty spoczywające na sprężystym podłożu	63
8. Energia sprężystości i energia potencjalna w izotropowych płytach Kirchhoffa	64
9. O sformułowaniu zadania zginania płyty izotropowej w postaci dwóch równań różniczkowych cząstkowych	66
10. Hipotezy wyężeniowe w płytach	67
11. O metodach rozwiązywania zadania teorii płyt	71
12. Uwagi historyczne	73

Rozdział IV. Płyty anizotropowe

1. Uwagi wstępne	77
2. Anizotropowe relacje konstytutywne PSN	77
3. Związek Hooke'a PSN w notacji Voigta. Materiał ortotropowy	78
4. Wyprowadzenie podstawowych równań teorii płyt anizotropowych	80
4.1. Płyty ortotropowe	81
4.2. Płyty anizotropowe	83
5. Przypadki szczególne, płyty ortotropowe, płyty o symetrii regularnej i płyty izotropowe	84
6. Płyty żelbetowe	85
7. Płyty o ortotropii technicznej	87
7.1. Zastępcze sztywności	87
7.2. Przykład oszacowania sztywności układu użebrowanego	90

Rozdział V. Przykłady zadań elementarnych

1. Zadania zginania płyty sprowadzalne do zagadnienia ugięć membrany	93
1.1. Czyste zginanie płyty izotropowej	93
1.2. Bezpośrednie zastosowanie rozwiązań zadania ugięcia membrany	94
1.3. Zginanie momentami m_n trójkątnej płyty równobocznej	95
2. Utwierdzona płyta eliptyczna obciążona równomiernie	95
2.1. Płyta izotropowa	95
2.2. Płyta anizotropowa	101
3. Płyta prostokątna swobodnie podparta obciążona sinusoidalnie	105
4. Zginanie walcowe pasma płytowego	107
4.1. Zestawienie podstawowych równań	107
4.2. Przykłady	108
4.3. Jednorodnie ortotropowe pasma płytowe	111
5. Jednorodnie izotropowe pasma płytowe na sprężystym podłożu	112
5.1. Zależności podstawowe	112
5.2. Przykłady	113
6. Zagadnienie dynamiczne zginania walcowego	119
6.1. Sformułowanie zadania	119
6.2. Drgania swobodne	119
6.3. Funkcje Kryłowa-Pragera	120
6.4. Przykłady	121
6.5. Drgania wymuszone	123

Rozdział VI. Równania jednorodnych płyt izotropowych we współrzędnych biegunowych

1. Współrzędne biegunowe	125
1.1. Lokalna baza i kobaza oraz baza fizyczna	125
1.2. Gradient, dywergencja, laplasjan i bilaplasjan	126
2. Wyprowadzenie podstawowych równań teorii płyt izotropowych we współrzędnych biegunowych	128

2.1. Układy współrzędnych kartezjańskich, walcowych i biegunowych	128
2.2. Kąty obrotu przekrojów poprzecznych płyty	129
2.3. Laplasjan i bilaplasjan oraz równanie różniczkowe ugięcia płyty	129
2.4. Tensor krzywizn i tensor momentów	130
2.5. Siły poprzeczne	131
2.6. Energia sprężystości	132

Rozdział VII. Płyty o symetrii kołowej

1. Podstawowe zależności	137
2. Ogólne rozwiązanie zadania ugięcia płyty o stałej sztywności	139
3. Najprostsze przykłady	141
3.1. Swobodnie podparta płyta kołowa obciążona momentem na brzegu	141
3.2. Płyta swobodnie podparta z podporą w środku	143
3.3. Płyta pierścieniowa swobodnie podparta na krawędzi zewnętrznej zginana równomiernie rozłożonymi momentami	143
4. Płyty kołowe i pierścieniowe obciążone równomiernie	151
4.1. Zestawienie podstawowych zależności	151
4.2. Swobodnie podparta płyta kołowa obciążona równomiernie	152
4.3. Utwierdzona płyta kołowa obciążona równomiernie	155
4.4. Porównanie rozwiązań w przypadkach płyty swobodnie podpartej i utwierdzonej	158
4.5. Płyta kominowa obciążona równomiernie	160
5. Pełne płyty kołowe obciążone siłą w środku	168
5.1. Podstawowe zależności	168
5.2. Utwierdzona płyta kołowa obciążona siłą w środku	170
5.3. Swobodnie podparta płyta kołowa obciążona siłą w środku	172
5.4. Uwagi o otrzymanych rozwiązaniach	174
6. Pełne płyty kołowe obciążone osiowo symetrycznie	176
6.1. Zestawienie podstawowych zależności	176
6.2. Płyty kołowe obciążone równomiernie $p(r)=q_0$	179
6.3. Płyty kołowe obciążone liniowo wzdłuż promienia $p(r)=q_1r$	179
6.4. Płyty kołowe o obciążeniu rozłożonym według stożka $p(r)=q(1-r/R)$	180
6.5. Płyty kołowe obciążone zgodnie z funkcją potęgową	181
7. Wybrane przykłady	181
7.1. Pełne płyty kołowe obciążone równomiernie na części obszaru	182
7.2. Płyta ze współmikiem obciążona momentem	190

Rozdział VIII. Zastosowanie podwójnych szeregów trygonometrycznych

1. Podwójne szeregi sinusowe	197
1.1. Rozwiązanie ogólnego zadania Naviera	197
1.2. Przykład wyznaczenia współczynników obciążenia i ugięcia w podwójnej szeregi sinusowe	201
1.3. Zestawienie wzorów na wielkości kinematyczne i statyczne	202
1.4. Płyty prostokątne na sprężystym podłożu	204
2. Przykłady zastosowania metody Naviera	204
2.1. Swobodnie podparta płyta prostokątna obciążona równomiernie	204
2.2. Swobodnie podparta płyta prostokątna obciążona siłą skupioną	216
2.3. Swobodnie podparta płyta prostokątna obciążona na linii	218
2.4. Przegubowo podparta płyta trójkątna obciążona siłą skupioną	221
3. Podwójne szeregi sinusowo-kosinusowe	222
4. Podwójne szeregi kosinusowo-kosinusowe	223
5. Podwójne szeregi trygonometryczne w płytach ortotropowych	224

Rozdział IX. Zastosowanie pojedynczych szeregów trygonometrycznych

1. Pojedyncze szeregi sinusowe	227
1.1. Rozwiązanie ogólnego zadania Lévy'ego	227
1.2. Zestawienie wzorów na wielkości kinematyczne i statyczne	229
2. Płyta utwierdzona na dwóch brzegach obciążona równomiernie	231
3. Nieograniczona płyta na sprężystym podłożu obciążona ciągiem sił skupionych działających w jednej linii	240
4. Zastosowanie szeregów pojedynczych w półpasmach	243
5. Pojedyncze szeregi trygonometryczne w płytach ortotropowych	248
6. Zginanie prostokątnej płyty ortotropowej obciążonej równomiernie	252
6.1. Sformułowanie i rozwiązanie zadania	252
6.2. Analiza wyników dla płyt zbrojonych włóknami	254

Rozdział X. Zastosowanie szeregów trygonometrycznych we współrzędnych biegunowych

1. Zestawienie podstawowych zależności	261
1.1. Uwagi wstępne	261
1.2. Płyty o kształcie koła i pierścienia obciążone niesymetrycznie	263
1.3. Płyty o kształcie wycinka koła	266
2. Przykłady wstępne	267
2.1. Sformułowanie rozpatrywanych zadań i zestawienie wzorów	267
2.2. Płyta pierścieniowa	268
2.3. Płyta kołowa zamknięta	269
2.4. Dyskusja rozwiązań 2.2 i 2.3	269
2.5. Płyta półkola obciążona równomiernie	270
2.5.1. Płyta półkola swobodnie podparta	271
2.5.2. Płyta półkola swobodnie podparta na brzegu prostoliniowym i utwierdzona na brzegu krzywoliniowym.....	271
3. Płyta kominowa obciążona nierównomiernie	275
3.1. Sformułowanie zadania	275
3.2. Zestawienie podstawowych wzorów	276
3.3. Warunki brzegowe i ciągłości w płycie kominowej	279
3.4. Rozwiązanie zadania	279
3.5. Dyskusja rozwiązania	281

Rozdział XI. Metody wariacyjne w teorii płyt izotropowych

1. Metoda Ritza-Timoshenki	293
2. Metoda Bubnowa-Galerkina	294
3. Przykłady zastosowania metod wariacyjnych	295
3.1. Płyty kołowo symetryczne	295
3.2. Płyty prostokątne	299

Rozdział XII. Uogólnienia teorii płyt

1. Płyty Kirchhoffa obciążone gradientem temperatury	315
1.1. Obciążenie różnicą temperatury	315
1.2. Modyfikacja równań teorii płyt obciążonych temperaturą	315
1.3. Nieograniczona płyta obciążona gradientem temperatury	317
1.4. Płyta półpłaszczyznowa na sprężystym podłożu, obciążona gradientem temperatury	317
1.5. Pasma równomiernie obciążone stałym gradientem temperatury	320
2. Superpozycja stanu tarczowego i płytowego	323
2.1. Stan przemieszczenia	323

2.2. Stan odkształcenia	323
2.3. Stan naprężenia	324
2.4. Siły przekrojowe	325
2.5. Równania równowagi	326
2.6. Równania przemieszczeniowe	326
2.7. Warunki brzegowe	326
2.8. Zagadnienie brzegowe dla płyto-tarczy	327
3. Płyty warstwowe	327
3.1. Wyprowadzenie podstawowych zależności dla płyt warstwowych	328
3.2. Nieskończona płyta na sprężystym podłożu, obciążona równomiernie na pasie	331
4. Wybrane zagadnienia stateczności płyt Kirchhoffa	333
4.1. Wyboczenie prostokątnej płyty swobodnie podpartej na brzegach	333
4.2. Płyta swobodnie podparta w jednym kierunku i utwierdzona w drugim	337
4.3. Płyta swobodnie podparta na trzech brzegach i na jednym utwierdzona	339
4.4. Stateczność płyty swobodnie podpartej obciążonej w dwóch kierunkach	340

Dodatek. Podstawowe równania teorii sprężystości materiałów anizotropowych

1. Sformułowanie zadania brzegowego	343
2. Podstawowe wnioski wynikające z własności tensorów Hooke'a	345
3. Standardowa notacja Voigta	347
4. Techniczne „stałe sprężystości” i ich interpretacja	347
5. Reprezentacje tensorów Hooke'a w szczególnych przypadkach anizotropii	349
6. Zagadnienia brzegowe liniowej teorii sprężystości jednorodnych materiałów izotropowych	350
6.1. Sformułowanie zadania statyki	350
6.2. Sformułowanie zadania brzegowego w przemieszczeniach	351
7. Macierze sztywności i podatności materiału ortotropowego	353
8. Tarcze	355
9. Zagadnienie wyznaczenia trajektorii wartości własnych tensorów płaskich drugiego rzędu	356
10. Uwagi o hipotezach wyężeniowych	359
Literatura	360

Bibliografia	361
---------------------------	-----